

السؤال الثاني في الحالة

« مع الحل »

$$\frac{y}{1+i} = \frac{x^2+4}{x+2i}$$

١- جد متبة  $x, y \in \mathbb{R}$  والتي تحقق

Sol

$$\frac{y}{1+i} = \frac{x^2-4i^2}{x+2i}$$

$$\frac{y}{1+i} = \frac{(x-2i)(x+2i)}{x+2i}$$

$$\frac{y}{1+i} = x-2i$$

$$y = (x-2i)(1+i)$$

$$y = x + xi - 2i + 2$$

$$y = (x+2) + (x-2)i$$

$$y = x+2 \quad \text{--- ①}$$

$$0 = x-2 \Rightarrow \boxed{x=2}$$

نغوض في ①

$$y = 2+2 \Rightarrow \boxed{y=4}$$

تحليل فرق بين مربعين

$$a^2 - b^2 i^2 = (a-bi)(a+bi)$$

(عملية توزيع)

$$i^2 = -1$$

الكمية = الكمية

التي = التي

الست

غيداء طارق خليل

٢- حسب ناتج  $n \in \mathbb{Z}$  حيث  $\left(3\omega^{9n} + \frac{5}{\omega^5} + \frac{4}{\omega^4}\right)^6$

Sol

$$\left(3(\omega^9)^n + \frac{5}{\omega^2} + \frac{4}{\omega}\right)^6$$

نقسم اسر  $\omega$  على 3 ونرفع  
 $\omega$  الى باقى ناتج القسمة

$$\left(3(1)^n + \frac{5\omega^3}{\omega^2} + \frac{4\omega^3}{\omega}\right)^6$$

$\frac{9}{3} = 3 \frac{0}{3}$   
 باقى القسمة هو 0 اذن  
 الناتج يكون 1

$$(3 + 5\omega + 4\omega^2)^6$$

$$1 = \omega^3$$

عند القسمة تطرح لاسر

نجزي 5 $\omega$  الى 4 $\omega$  +  $\omega$

$$(3 + (\omega + 4\omega) + 4\omega^2)^6$$

$$(3 + \omega + (4\omega + 4\omega^2))^6$$

$$(3 + \omega + 4(\omega + \omega^2))^6$$

$$(3 + \omega + 4(-1))^6$$

$$(3 + \omega - 4)^6$$

$$(-1 + \omega)^6$$

$$\left[(-1 + \omega)^2\right]^3 = [1 - 2\omega + \omega^2]^3$$

$$= [1 + \omega^2 - 2\omega]^3$$

$$= [-\omega - 2\omega]^3 = [-3\omega]^3$$

$$= (-3)^3 \omega^3$$

$$= -27(1)$$

$$= -27$$

الست

غيداء طارق خليل



3- إذا كان  $z = \frac{1-\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}}$  عدداً مركباً جدياً باستخدام مبرهنة دي موافر  $z^{\frac{1}{2}}$ .

Soln

$$z = \frac{1-\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}} = \frac{1-\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i}$$

$$\sqrt{-a} = \sqrt{a} \sqrt{-1} = \sqrt{a} i$$

$$\frac{1-\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i} \cdot \frac{1-\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}$$

عملية تقوية في البسط  
المقام  $(a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$

$$= \frac{1 - \sqrt{3}i - \sqrt{3}i - 3}{1 + 3} = \frac{-2 - 2\sqrt{3}i}{4} = -\frac{2}{4} - \frac{2\sqrt{3}i}{4}$$

$$z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \theta &= \frac{x}{r} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2} \\ \sin \theta &= \frac{y}{r} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \right\} \theta = \frac{\pi}{3}$$

الزاوية تقع في الربع الثالث

$$\arg z = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

$$z = 1 \left( \cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right)$$

الست

عبداء طارق خليل

$$z^{\frac{1}{2}} = \left( \cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \cos \frac{\frac{4\pi}{3} + 2K\pi}{2} + i \sin \frac{\frac{4\pi}{3} + 2K\pi}{2} \right)$$

$\frac{2\pi}{3} = 2(60) = 120$   
تقع في الربع الثاني

$K=0, 1$

$$K=0 \Rightarrow \left( \cos \frac{4\pi}{6} + i \sin \frac{4\pi}{6} \right) \Rightarrow \left( \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) \Rightarrow -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$K=1 \Rightarrow \left( \cos \frac{10\pi}{6} + i \sin \frac{10\pi}{6} \right) \Rightarrow \left( \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right) \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$\frac{5\pi}{3} = 5(60) = 300$   
تقع في الربع الرابع



٤- قطع ناقص مركزه نقطة الاصل وقطع زايد نقطة تقاطع محوريه  
نقطة الاصل . كل منها يمر ببؤرة الدفر فاذا كانت  
 $9x^2 + 25y^2 = 225$  معادلة القطع الناقص نجد :

- (أ) مساحة منطقة القطع الناقص  
(ب) محيط القطع الناقص  
(ج) معادلة القطع الزائد  
(د) الاضداد المركزيه لكل منهما .

Sol

$$9x^2 + 25y^2 = 225 \quad ] \div 225$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

الست

$$a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$$

غيداء طارق خليل

$$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 25 - 9 \Rightarrow c^2 = 16 \Rightarrow c = 4$$

(P) مساحة القطع الناقص

$$A = ab\pi \Rightarrow A = (5)(3)\pi \Rightarrow A = 15\pi \text{ unit}^2$$

(ب) محيط القطع الناقص

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} = 2\pi \sqrt{\frac{25 + 9}{2}} = 2\pi \sqrt{\frac{34}{2}} \Rightarrow 2\pi \sqrt{17}$$

$$P = 2\sqrt{17}\pi \text{ unit}$$

(ج) معادلة القطع الزائد

للزائد

$$\therefore a = 4 \Rightarrow a^2 = 16$$

$$c = 5 \Rightarrow c^2 = 25$$

القضبان اصدها يمر ببؤرة الدفر  
: رأس الناقص = بؤرة الزائد  
بؤرة الناقص = رأس الزائد

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 25 = 16 + b^2 \Rightarrow b^2 = 25 - 16 \Rightarrow b^2 = 9$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

(د) الاضداد المركزيه

$$e = \frac{c}{a}$$

$$e = \frac{4}{5} \quad \text{للناقص}$$

$$e = \frac{5}{4} \quad \text{للزائد}$$

6- جب  $\frac{dy}{dx}$  لکھ کر دیا جائے :

a)  $x^3 y^2 - 2y = 5x + 3$

استقافت فرمینی

$$x^3 \left( 2y \frac{dy}{dx} \right) + y^2 (3x^2) - 2 \frac{dy}{dx} = 5$$

اکد لاول : حاصل ضرب والتین

$$2x^3 y \frac{dy}{dx} + 3x^2 y^2 - 2 \frac{dy}{dx} = 5$$

$$2x^3 y \frac{dy}{dx} - 2 \frac{dy}{dx} = 5 - 3x^2 y^2$$

$$(2x^3 y - 2) \frac{dy}{dx} = 5 - 3x^2 y^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{5 - 3x^2 y^2}{2x^3 y - 2}$$

الست

عیداء طارق خلیل

b)  $y = \sin 4x \tan 2x$

حاصل ضرب والتین

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= (\sin 4x)(\sec^2 2x(2)) + (\tan 2x)(\cos 4x(4)) \\ &= 2 \sin 4x \sec^2 2x + 4 \tan 2x \cos 4x \end{aligned}$$

c)  $y = e^{x^2} \ln |2x|$

حاصل ضرب والتین

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= e^{x^2} \left[ \frac{1}{2x} (2) \right] + \ln |2x| [e^{x^2} (2x)] \\ &= \frac{e^{x^2}}{x} + 2x e^{x^2} \ln |2x| \end{aligned}$$



$$d) y = \tan(\cos x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \underbrace{\sec^2(\cos x)}_{\text{مشتقة الدالة}} \underbrace{(-\sin x)}_{\text{مشتقة الزاوية}}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\sin x \sec^2(\cos x)$$

$$e) y = x^2 \ln|x|$$

حاصل ضرب دالتين

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= x^2 \left[ \frac{1}{x} \right] + \ln|x| [2x] \\ &= x + 2x \ln|x| \end{aligned}$$

$$f) y = \ln(\tan^2 x)$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{1}{\tan^2 x} [2 \tan x (\sec^2 x)(1)] \\ &= \frac{2 \sec^2 x}{\tan x} \end{aligned}$$

الست  
غيداء طارق خليل

$$g) y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{(e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x})(-1)) - (e^x + e^{-x})(e^x - e^{-x})(-1)}{(e^x - e^{-x})^2} \\ &= \frac{(e^x - e^{-x})(e^x - e^{-x}) - (e^x + e^{-x})(e^x + e^{-x})}{(e^x - e^{-x})^2} \\ &= \frac{(e^{2x} - 2e^0 + e^{-2x}) - (e^{2x} + 2e^0 + e^{-2x})}{(e^x - e^{-x})^2} \\ &= \frac{\cancel{e^{2x}} - 2 + \cancel{e^{-2x}} - \cancel{e^{2x}} - 2 - \cancel{e^{-2x}}}{(e^x - e^{-x})^2} = \frac{-4}{(e^x - e^{-x})^2} \end{aligned}$$

5- حدد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان لمكورات السينات ومركزه نقطة الأصل ومساوية منطقتيه ( $7\pi$  وحدة مربعة) ومحيطه يساوي ( $10\pi$  وحدة)

$$A = ab\pi$$

$$7\pi = ab\pi \Rightarrow b = \frac{7}{a} \Rightarrow \boxed{b^2 = \frac{49}{a^2}} \quad \text{--- ①}$$

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \Rightarrow 10\pi = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \div 2$$

$$5 = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

بالتربيع

الست  
غيداء طارق خليل

$$25 = \frac{a^2 + b^2}{2} \Rightarrow \boxed{a^2 + b^2 = 50} \quad \text{--- ②}$$

بغوض ① في ②

$$a^2 + \frac{49}{a^2} = 50 \quad ] \times a^2$$

$$a^4 + 49 = 50a^2 \Rightarrow a^4 - 50a^2 + 49 = 0$$

$$(a^2 - 49)(a^2 - 1) = 0$$

$$\underline{\underline{\text{لـ 1}}} \quad a^2 - 49 = 0 \Rightarrow a^2 = 49 \Rightarrow b^2 = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{1} = 1 \quad \text{المعادلة}$$

$$\underline{\underline{\text{لـ 2}}} \quad a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow b^2 = 49$$

$$[a < b \text{ لـ 2}]$$



7 - استأخذ مبرهنة رول ثم المتبة المتوسطة لإيجاد متب  $c$  للدالة  
 $f(x) = x^4 - 2x^2$  و  $x \in [-2, 2]$

مبرهنة رول :

1 -  $f(x)$  دالة مستمرة على  $[-2, 2]$  لانها كثيرة حدود

2 -  $f(x)$  دالة قابلة للاشتقاق على  $(-2, 2)$  لانها كثيرة حدود

$$3) f(a) = f(-2) = (-2)^4 - 2(-2)^2 \\ = 16 - 8 = 8$$

$$f(b) = f(2) = (2)^4 - 2(2)^2 \\ = 16 - 8 = 8$$

الست

تقيدهاء طارق خليل

$$f(a) = f(b)$$

$\therefore$  الدالة تحقق شروط مبرهنة رول

$$\therefore f'(x) = 4x^3 - 4x$$

$$f'(c) = 4c^3 - 4c$$

$$4c^3 - 4c = 0 \Rightarrow c^3 - c = 0 \Rightarrow c(c^2 - 1) = 0$$

$$\underline{c=0} \in (-2, 2)$$

$$\text{أو } c^2 - 1 = 0 \Rightarrow c^2 = 1 \Rightarrow \underline{c=1} \in (-2, 2)$$

$$\underline{c=-1} \in (-2, 2)$$

مبرهنة المتبة المتوسطة

1 - الدالة مستمرة على  $[-2, 2]$  لانها كثيرة حدود

2 - الدالة قابلة للاشتقاق على  $(-2, 2)$  لانها كثيرة حدود

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$4c^3 - 4c = \frac{f(2) - f(-2)}{2 - (-2)}$$

$$4c^3 - 4c = \frac{8 - 8}{4} \Rightarrow [4c^3 - 4c = 0] \div 4 \\ c^3 - c = 0$$

$$c(c^2 - 1) = 0 \Rightarrow \underline{c=0} \in (-2, 2)$$

$$\text{أو } c^2 - 1 = 0 \Rightarrow c^2 = 1$$

$$c = 1 \in (-2, 2)$$

$$c = -1 \in (-2, 2)$$



دالة تحقق شروط مبرهنة رول على الفترة  $[-1, b]$   $f(x) = ax^2 - 4x + 5 \in \mathbb{R}$   
 فإذا كانت  $c = 2$  تنتمي للفترة  $(-1, b)$  نجد متبة  $a, b \in \mathbb{R}$

إكل: دالة تحقق شروط مبرهنة رول

$$\therefore f'(c) = 0$$

$$f'(x) = 2ax - 4$$

$$f'(c) = 2ac - 4$$

$$f'(2) = 2a(2) - 4 \Rightarrow 4a - 4 = 0 \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$f(a) = f(b)$$

$$f(a) = f(-1) = a(-1)^2 - 4(-1) + 5 = a + 9$$

$$f(b) = ab^2 - 4b + 5$$

$$ab^2 - 4b + 5 = a + 9$$

$$(1) b^2 - 4b + 5 = 1 + 9$$

$$b^2 - 4b + 5 - 10 = 0$$

$$b^2 - 4b - 5 = 0 \Rightarrow (b - 5)(b + 1) = 0$$

$$\underline{\underline{1}} \quad b - 5 = 0 \Rightarrow \boxed{b = 5}$$

$$\underline{\underline{2}} \quad b + 1 = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$a = 1$$

$$b > a$$



٩- متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة وارتفاعه ثلاثة أمثال طول قاعدته ، جد الحجم التقريبي له عندما يكون طول قاعدته  $(2.97 \text{ cm})$

نفرض طول ضلع القاعدة  $x$  والارتفاع  $3x$

$$V = x^2 h$$

$$V(x) = x^2(3x)$$

$$V(x) = 3x^3$$

$$V(a) = V(3) = 3(3)^3 = \boxed{81}$$

$$V'(x) = 9x^2$$

$$V'(a) = V'(3) = 9(3)^2 = \boxed{81}$$

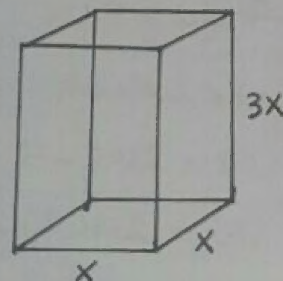
$$V(a+h) \approx V(a) + h V'(a)$$

$$V(3 - 0.03) \approx 81 + (-0.03)(81)$$

$$V(2.97) \approx 81 - 2.43$$

$$\approx 78.57 \text{ cm}^3$$

$$\begin{aligned} b &= 2.97 \\ a &= 3 \\ h &= -0.03 \end{aligned}$$



الست:

تقدياء طارق خليل

١٥) مخروط دائري قائم حجمه  $(210\pi \text{ cm}^3)$  . جد الفتحة التقريبية لنصف قطر قاعدته إذا كان ارتفاعه  $(10 \text{ cm})$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$210\pi = \frac{1}{3} \pi r^2 (10) \div 10$$

$$21 = \frac{1}{3} r^2 \times 3$$

$$63 = r^2 \Rightarrow r = \sqrt{63}$$

$$r(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$r(a) = r(64) = \sqrt{64} = \boxed{8}$$

$$r'(x) = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$r'(a) = r'(64) = \frac{1}{2\sqrt{64}} = \frac{1}{2(8)} = \frac{1}{16} = 0.0625$$

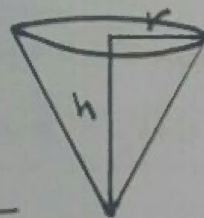
$$r(a+h) \approx r(a) + h r'(a)$$

$$r(64 - 1) \approx 8 + (-1)(0.0625)$$

$$r(63) \approx 8 - 0.0625$$

$$\sqrt{63} \approx 7.9375 \text{ cm} \quad \text{نصف القطر}$$

$$\begin{aligned} b &= 63 \\ a &= 64 \\ h &= -1 \end{aligned}$$





١١- إذا كانت  $f(x) = \sqrt[5]{31x+1}$  جد باستخدام نتيجة سبرينج المتوسطة  
التوسطة المتبة التقريبية إلى  $f(1.01)$

$$f(x) = \sqrt[5]{31x+1} = (31x+1)^{\frac{1}{5}}$$

$$f(a) = f(1) = \sqrt[5]{31(1)+1} = \sqrt[5]{32} = \boxed{2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{5} (31x+1)^{-\frac{4}{5}} (31)$$

$$= \frac{31}{5 \sqrt[5]{(31x+1)^4}}$$

$$f'(a) = f'(1) = \frac{31}{5 \sqrt[5]{(31(1)+1)^4}} = \frac{31}{5 \sqrt[5]{(32)^4}} = \frac{31}{5 (2)^4}$$

$$= \frac{31}{5(16)} = \frac{31}{80} = \boxed{0.3875}$$

$$f(a+h) \approx f(a) + h f'(a)$$

$$f(1+0.01) \approx 2 + (0.01)(0.3875)$$

$$f(1.01) \approx 2 + 0.003875$$

$$\approx 2.003875$$

الست  
عميداء طارق خليل

١٢- باستخدام معلومات في التقاضيل ارسم المنحنى البياني للدالة

$$yx^2 = 1$$

Sol

$$yx^2 = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{x^2}$$

١- ارسم مجال للدالة  $R \setminus \{0\}$

٢- التقاطع مع المحاور

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{0} \text{ غير معرف}$$

التقاطع مع السينات

$$y=0 \Rightarrow \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow 1=0 \text{ هذا غير ممكن}$$

$$f(-x) = \frac{1}{(-x)^2} = \frac{1}{x^2} = f(x)$$

3- التناظر

∴ يوصف تناظر مع محور السينات

$$x^2 = 0 \Rightarrow \boxed{x=0}$$

4- المعاديات : المحوري

$$y = \frac{1}{x^2}$$

الدقيق

$$x^2 = \frac{1}{y} \Rightarrow \boxed{y=0}$$

5- المنحنيات ونقاط الانقلاب

$$f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

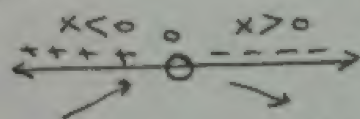
$$f'(x) = -2x^{-3} = \frac{-2}{x^3}, \quad f'(x) = 0$$

الست

غيداء طارق خليل

$$\frac{-2}{x^3} = 0 \Rightarrow -2 \neq 0$$

∴ لا توجد نقاط صرية

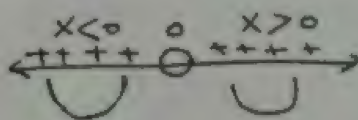


مناطق التزايد {x: x < 0} ، التناقص {x: x > 0}

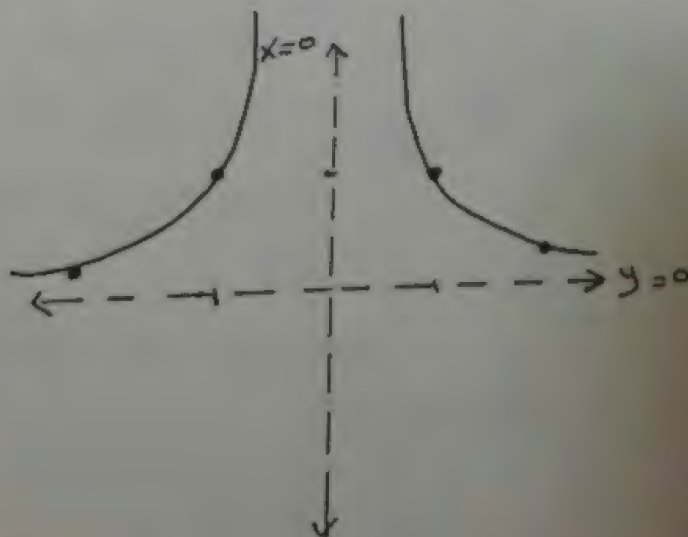
$$f''(x) = 6x^{-4} = \frac{6}{x^4}, \quad f''(x) = 0$$

$$\frac{6}{x^4} = 0 \Rightarrow 6 \neq 0$$

∴ لا توجد نقاط انقلاب



الدالة مقعرة في {x: x < 0} ، {x: x > 0}



x	y	(x, y)
-2	$\frac{1}{4}$	$(-2, \frac{1}{4})$
-1	1	$(-1, 1)$
1	1	$(1, 1)$
2	$\frac{1}{4}$	$(2, \frac{1}{4})$



a)  $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) dx$

$\int (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) dx$

$\int (\cos 2x)(1) dx$

$\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$

b)  $\int (\sin 2x - 1)(\cos^2 2x + 2) dx$

عملية توزيع

$\int (\sin 2x \cos^2 2x + 2 \sin 2x - \cos^2 2x - 2) dx$

$-\frac{1}{2} \int \underbrace{(-2 \sin 2x)}_{\text{تبدل}} \cos^2 2x dx + \underbrace{2}_{\text{تبدل}} \int \sin 2x dx - \int \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4x dx - \int 2 dx$

$-\frac{1}{2} \frac{\cos^3 2x}{3} + [-\cos 2x] - [\frac{1}{2} x + \frac{1}{8} \sin 4x] - 2x + C$

$-\frac{1}{6} \cos^3 2x - \cos 2x - \frac{1}{2} x - \frac{1}{8} \sin 4x - 2x + C$

$-\frac{5}{2} x - \frac{1}{6} \cos^3 2x - \cos 2x - \frac{1}{8} \sin 4x + C$

c)  $\int \frac{\ln |x|}{x} dx$

الست

قيدهاء طارق خليل

$\int \underbrace{\ln |x|}_{\text{تبدل متعة}} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{(\ln |x|)^2}{2} + C$

$$d) \int \frac{2 \sin \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

$$\int x^{-\frac{2}{3}} (2 \sin x^{\frac{1}{3}}) dx$$

$\frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$  مشتقة الزائرية صيا

$$3 \int \underbrace{\frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}}_{dv} (2 \sin x^{\frac{1}{3}}) dx$$

$$3 [2(-\cos x^{\frac{1}{3}})] + C$$

$$-6 \cos \sqrt[3]{x} + C$$


---

$$e) \int \cot x \csc^3 x dx$$

$$\int \cot x \csc x \csc^2 x dx$$

-  $\csc x \cot x$  مشتقة  $\csc x$

$$- \int \underbrace{-\cot x \csc x}_{\text{مشتقة تدر}} \csc^2 x dx$$

$$- \frac{\csc^3 x}{3} + C$$


---

الست  
غيداء طارق خليل

$$f) \int \sqrt[3]{3x^3 - 5x^5} dx$$

$$\int \sqrt[3]{x^3(3-5x^2)} dx$$

$$\int x (3-5x^2)^{\frac{1}{3}} dx$$

-  $10x$  مشتقة داخل القوس

$$-\frac{1}{10} \int \underbrace{-10x}_{dv} (3-5x^2)^{\frac{1}{3}} dx$$

$$= -\frac{1}{10} \frac{(3-5x^2)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = -\frac{1}{10} \left(\frac{3}{4}\right) \sqrt[3]{(3-5x^2)^4} + C$$

$$= -\frac{3}{40} \sqrt[3]{(3-5x^2)^4} + C$$



$$g) \int \frac{1}{x^2 - 14x + 49} dx$$

$$= \int \frac{1}{(x-7)^2} dx$$

$$= \int (x-7)^{-2} dx = \frac{(x-7)^{-1}}{-1} + C$$

$$= \frac{-1}{(x-7)} + C$$

الست

غيداء طارق خليل

$$h) \int \sec^2 3x e^{\tan 3x} dx$$

سنتك  $\tan 3x$  هي  $3 \sec^2 3x$

$$\frac{1}{3} \int \underbrace{3 \sec^2 3x}_{du} e^{\tan 3x} dx$$

$$\frac{1}{3} e^{\tan 3x} + C$$



(14) حل المعادلة التفاضلية الدالية

$$y = \frac{\pi}{4}, x = 1$$

$$y' = \frac{\cos^2 y}{x}$$

Sol:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2 y}{x}$$

الست

غيداء طارق خليل

$$\int \frac{dy}{\cos^2 y} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\int \sec^2 y = \int \frac{dx}{x}$$

$$\frac{1}{\cos y} = \sec y$$

$$\tan y = \ln|x| + C$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = \ln|1| + C$$

$$\text{نعوض } x=1, y=\frac{\pi}{4}$$

$$1 = 0 + C \Rightarrow \boxed{C=1}$$

$$\therefore \tan y = \ln|x| + 1$$

(15) حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{dy}{dx} = -2x \tan y$$

$$x=0, y=\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{dy}{\tan y} = -2x dx$$

$$\int \cot y dy = \int -2x dx$$

$$\int \frac{\cos y}{\sin y} dy = -2 \int x dx$$

$$\ln|\sin y| = -x^2 + C$$

$$\frac{1}{\tan y} = \cot y$$

$$\cot y = \frac{\cos y}{\sin y}$$

$$x=0, y=\frac{\pi}{2}$$

$$\ln|\sin \frac{\pi}{2}| = -(0)^2 + C \Rightarrow \ln|1| = 0 + C \Rightarrow 0 = C \Rightarrow \boxed{C=0}$$

$$\ln|\sin \frac{\pi}{2}| = -x^2$$

بأخذ الطرفين

$$\sin y = e^{-x^2}$$



$$x=1, y=1 \text{ حيث } xy' = y - x$$

(16) حل المعادلة التفاضلية

Sol

$$x \frac{dy}{dx} = y - x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{x}$$

تجزئة البسط على المقام

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \frac{x}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = v + x \frac{dv}{dx} \Leftarrow y = vx \Leftarrow v = \frac{y}{x}$$

$$v + x \frac{dv}{dx} = v - 1$$

$$x \frac{dv}{dx} = \cancel{x} - 1 - \cancel{x}$$

$$x \frac{dv}{dx} = -1$$

$$\int dv = - \int \frac{dx}{x}$$

$$v = -\ln|x| + C$$

$$\frac{1}{1} = -\ln|1| + C$$

$$1 = 0 + C \Rightarrow \boxed{C=1}$$

$$v = -\ln|x| + 1$$

$$\therefore \frac{y}{x} = -\ln|x| + 1$$

الست

غيداء طارق خليل

$$x=1, y=1$$

$$v = \frac{y}{x} = \frac{1}{1}$$